

文章编号: 1000-7032(2010)05-0691-06

## 非相对论粒子高次谐波辐射作为短波长激光的可能性

范丽仙<sup>1</sup>, 罗晓华<sup>2,3</sup>, 吴木萱<sup>1</sup>, 李洪涛<sup>1</sup>, 罗诗裕<sup>1</sup>, 邵明珠<sup>1</sup>

(1. 东莞理工学院 电子工程学院, 广东 东莞 523106)

2 重庆大学 电气工程学院, 重庆 400044 3 重庆交通大学 图书馆, 重庆 400074)

**摘要:** 在经典力学框架内, 把粒子在周期外场中的运动方程化为摆方程, 利用广义三角函数的 Bessel 展开讨论了系统存在高次谐波辐射的可能性, 并在固定力矩情况下讨论了系统的基本特征。用 Jacobian 椭圆函数和第一类椭圆积分解析地给出了无扰动系统的解和振动周期, 并用数值方法分析了系统的相平面特征和它的稳定性。结果表明: 当外力矩为零时, 系统的接受度最大, 俘获的电子数最多, 辐射强度最强; 随着外力矩增加, 接受度降低; 当无量纲的外力矩为 1 时, 接受度为零, 系统处于临界状态。临界状态与系统参数有关, 只需适当调节参数, 可望输出强度比较大的高次谐波辐射。

**关键词:** 非相对论粒子; 高次谐波辐射; 摆方程; 相运动; 贝塞尔函数

中图分类号: O432.12; TN241

PACS 42.55.Vc

PACC: 4255V

文献标识码: A

## 1 引 言

寻找新光源, 特别是短波长激光光源引起了人们极大注意。20 世纪 70 年代, 前苏联科学家库马霍夫发现了沟道辐射<sup>[1]</sup>, 而这种辐射正是利用了相对论粒子同强大的晶格场 (1 000 T) 相互作用, 辐射能量可进入 X 能区或  $\gamma$  能区。20 世纪 80 年代以来, 人们就预言了可以把自发的沟道辐射改造为相干辐射, 并提出了各种可能的方案。比如, 有人提出如果能在晶体中产生一种稳定的驻波, 则电子同驻波场相互作用, 可望得到一种相干辐射; 有人提出将晶体弯曲, 并通过沟道辐射在弯晶中的动力学衍射来获得相干光; 也有人设想, 利用沟道辐射与超晶格多层薄膜结构的动力学衍射来获得<sup>[2~5]</sup>。值得注意的是, 20 世纪 90 年代末, 以科洛尔 (Korolov) 为代表的彼得堡科学家们提出了用声学方法使晶体周期弯曲<sup>[6~8]</sup>, 带电粒子在周期弯曲的晶体中运动时, 除了产生自发的沟道辐射外, 还将产生相干的摆动场辐射。但是, 由于问题的复杂性, 如何把沟道辐射改造为 X 激光或  $\gamma$  激光已走过近 30 年的里程, 如何利用周期弯曲的晶体来获得 X 激光或  $\gamma$  激光也经历了 10 多年时间。至今, 虽然还未能能在实验室成

功获得 X 激光或  $\gamma$  激光, 但在人们寻找新光源的探索中, 开辟了一个全新的方向。

值得注意的是, 所有这些方案都基于相对论粒子同物质 (晶体) 相互作用, 这就要求有一台高能加速器提供相对论粒子束<sup>[9~11]</sup>, 而高能加速器的成本高, 使这类研究的应用和实现受到了限制。于是, 人们就自然想到了是否可以利用非相对论粒子来获得短波长的相干辐射呢? 结果表明, 利用非相对论粒子的高次谐波辐射, 可望达到这个目的<sup>[12~14]</sup>。关键问题之一是寻找或设计一个能够控制粒子运动的周期场。我们指出超晶格就是一类典型的周期介质, 而掺杂超晶格则是一个很好的例子。关键问题之二是粒子运动的稳定性。只有保证了粒子运动是稳定的前提下, 才可能预期稳定的高次谐波辐射输出。为此, 我们利用加速器束流动力学方法, 引入接受度概念讨论了系统的相平面特征和系统的稳定性。

由于掺杂超晶格的导带底是一个沿生长方向类正弦的多量子阱, 假如有一束带电粒子沿着这个方向注入, 它们的运动将受到周期势场调制。如果沿生长方向再外加一个周期变化的电场, 粒子将在这个方向不断受到加速。在这种时空周期变化场中运动的带电粒子将表现出我们预期的行

收稿日期: 2010-01-27; 修订日期: 2010-03-22

基金项目: 广东省自然科学基金 (8151170003000010) 资助项目

作者简介: 范丽仙 (1976-), 女, 广东东莞人, 主要从事光电子技术基础的研究。

\*: 通讯联系人; E-mail: bgluoshy@dgut.edu.cn; Tel: (0769) 84232232

为。比如,粒子能量可以很低,不需要额外配置加速器;由于能量低,粒子运动行为可以用经典方法描述;粒子的纵向运动可以用摆方程描写,粒子的辐射具有相干性;它的高次谐波辐射可望进入 X-能区,等等。首先,我们把粒子在这个场中的运动方程化为摆方程,并利用广义三角函数的 Bessel 展开讨论了系统存在高次谐波辐射的可能性。其次,在固定力矩情况下讨论了系统的基本特征,粒子运动方程退化为经典的摆方程,用 Jacobian 椭圆函数和第一类椭圆积分解析地给出了无扰动系统的解和振动周期,并用数值方法分析了系统的相平面特征和它的稳定性。结果表明,外力矩为零时,系统的接受度最大,相应的辐射强度最强;随着外力矩增加,接受度降低;当无量纲外力矩为最大值 1 时,接受度为零,系统处于临界状态。注意到临界条件与系统参数有关,只需适当调节参数,就可望输出强度比较大的,而且稳定的高次谐波辐射。

## 2 粒子的相(位)运动方程与高次谐波辐射

一类典型的周期介质是超晶格,而我们关心的超晶格是掺杂超晶格。所谓掺杂超晶格是在生长过程中,对同一衬底材料(比如 GaAs)交替掺入 n 型和 p 型杂质,形成 n-*ip*-*in*-*ip*-*i*... 一维阵列的周期结构。在生长方向,由于交替掺杂,衬底材料的导带底受到周期调制形成一个个十分类似于正弦形状的量子阱<sup>[15, 16]</sup>,如图 1 所示。势阱的深度可通过掺杂浓度来控制,而宽度则可通过本征层的厚度来调节。假如有一束带电粒子(比如电子)沿着生长方向注入,它们的纵向运动将受到周期势场的调制。如果沿生长方向再外加一个周期变化的电场,粒子将在这个方向上不断得到加速。在这种时空周期变化场中运动的带电粒子将表现出我们预期的行为,比如,粒子能量低,可以不需要加速器;由于能量低,粒子运动行为可以用经典方法描述;粒子的纵向运动可以用摆方程描写,粒子的辐射具有相干性;它的高次谐波辐射可望进入 X 能区,等等。

假设材料的生长方向为  $z$  方向,掺杂超晶格的导带底在  $z$  方向的周期调制(势场)可以表示为

$$V(z) = V_0 - V \cos k_p z \quad (1)$$

其中  $V$  和  $k_p = 2\pi/\lambda_p$  是势阱深度和“波数”,而  $\lambda_p$

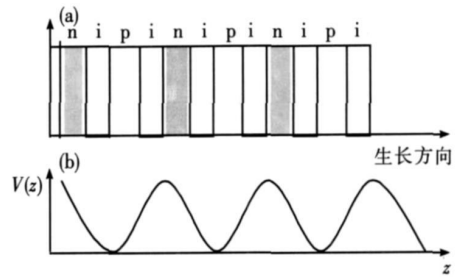


图 1 掺杂超晶格 (a) 与它的正弦型量子阱 (b) 示意图  
Fig 1 The schematic diagram of the doping superlattice (a) and its like-sine quantum well (b)

则是它的周期。如果在  $z$  方向外加一个周期变化的电场:

$$E(t) = E_0 \cos \omega t \quad (2)$$

其中  $E_0$  和  $\omega = k_e c$  是电场的振幅和频率,而  $k_e$  是波数,当带电粒子沿  $z$  方向进入这个时空区域时,将被势场俘获,并在电场作用下作受迫运动。如果粒子是非相对论的,可在经典力学框架内进行描述。根据牛顿力学,粒子(电子)在  $z$  方向的运动行为可表示为

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{dV(z)}{dz} = eE_0 \cos \omega t \quad (3)$$

其中  $m$  是粒子质量。令:

$$\begin{aligned} \xi &= \Omega_0^2 k_p z, \quad \tau = k_e c t, \quad \Omega_0^2 = (k_p / k_e)^2 \frac{V}{mc^2}, \\ \varepsilon &= eE_0 k_p / (k_e^2 m c^2), \quad \Omega = k_e / k_p, \quad Q_0 = \varepsilon / \Omega_0^2 \end{aligned} \quad (4)$$

方程 (3) 可化为无量纲形式

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \sin \xi = Q_0 \cos \Omega \tau \quad (5)$$

方程 (5) 描述了带电粒子的相运动行为,在同步加速器和自由电子激光器的束流动力学中会经常碰到。相应的瞬时辐射强度由拉莫公式<sup>[17]</sup>

$$I_n(t) = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} |\ddot{z}|^2 = \frac{2}{3c} e^2 \Omega_0^2 \Omega^2 k_p |\ddot{\xi}|, \quad (6)$$

给出,其中  $c$  是光速,  $\xi$  是方程 (5) 的解。上式表明,瞬时辐射强度与加速度绝对值的平方成正比,

只要找到方程 (5) 的解,加速度  $\ddot{\xi}$  就完全确定,于是,问题就归结为求解运动方程 (5)。由于问题的非线性,方程 (5) 不存在严格的解析解。幸好,不求解方程 (5) 也可得出一些重要结论。比如,根据 Bessel 函数的基本性质就可以预期系统的确存在比较强的高次谐波辐射。为此,作变数变换

$$\varphi = \xi + \varepsilon \cos \Omega \tau \quad (7)$$

利用广义三角函数的 Bessel 展开<sup>[18]</sup>

$$\begin{aligned} \cos(x \sin t) &= J_0(x) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(x) \cos 2kt \\ \sin(x \sin t) &= 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k-1}(x) \sin(2k-1)t \end{aligned}$$

并注意 Bessel 函数的性质及和差化积与积化和差的公式, 方程 (5) 可化为

$$\ddot{\varphi} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k) \sin(\varphi - n\Omega\tau + n\pi/2) = 0 \tag{8}$$

其中  $k = \varepsilon\Omega^{-2}$ , 这是一个包含  $n$  次谐波激励的摆方程。如果再作变换  $\varphi_n = \varphi - n\Omega\tau + n\pi/2$  方程 (8) 可进一步化为

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} (\ddot{\phi}_n + J_n(k)) \sin\phi_n = 0$$

这是一个由无穷多个振子构成的摆动系统, 多波相互作用的特点变得更加直观。摆动频率由 Bessel 函数  $J_n(k)$  给出, 而振幅也与  $J_n(k)$  成正比。从 Bessel 函数的性质可知, 当谐波数  $n < k$  时,  $J_n(k)$  将随着  $n$  的增加而增加, 当  $n > k$  时迅速减少, 并在  $n$  和  $k$  之间存在局部极大。于是, 可望利用高次谐波  $n\omega$  来获得比较强的短波辐射。换句话说, 由于高次谐波存在, 而且强度也比较大, 即使是非相对论粒子, 辐射能量也可能进入 X 能区。这就为寻找新的短波长相干光源提供了新的思路和新的途径。

方程 (5) 是一个具有外周期力矩的摆方程, 具有复杂的非线性特征与混沌行为<sup>[19-21]</sup>。如果在  $z$  方向外加的不是周期电场, 而是恒定场 (比如, 在  $z$  方向实施电压偏置或电流偏置情形), 方程 (5) 将化为有固定力矩的摆方程。注意到固定力矩摆方程具有周期力矩摆方程的基本特征, 下面就对这种系统进行讨论。令  $Q_0 \cos\Omega\tau_0 = Q$  不随时间变化, 则方程 (5) 化为

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \sin\xi = Q, \tag{9}$$

这是一个具有固定力矩的摆方程。下面分  $Q = 0$  和  $Q \neq 0$  两种情况进行讨论。

### 3 Q = 0 的情形

#### 3.1 系统的相平面特征

利用加速器理论中的相平面分析方法, 首先分析无扰动系统 ( $Q = 0$ ) 的相平面特征。当  $Q = 0$

时, 方程 (9) 化为

$$\begin{aligned} \xi &= \zeta \\ \dot{\zeta} &= -\sin\xi \end{aligned} \tag{10}$$

$\xi = 0$  和  $\xi = \pi$  分别是系统的平衡点和非平衡点。积分一次可得系统的 Hamiltonian 量

$$h = \frac{\zeta^2}{2} + (1 - \cos\xi), \tag{11}$$

根据  $h$  的大小, 相平面上的轨道可分为三类。

#### 3.1.1 $h = 2$

$h = 2$  的轨道是异宿轨道, 它把相平面分为内外两个区域。这两条轨道可表示为

$$\begin{aligned} \xi &= \pm 2 \operatorname{arcsin}(\operatorname{th}\tau), \\ \zeta &= \pm 2 \operatorname{sech}(\tau), \end{aligned} \tag{12}$$

其中  $\pm$  号分别对应上、下相平面的两条异宿轨道, 电子沿这条轨道运动的周期  $T^s$  为无穷。

#### 3.1.2 $0 < h < 2$

当  $0 < h < 2$  时, 轨道是周期的, 描写的是摆围绕平衡位置的周期运动, 相应的解可表示为

$$\begin{aligned} \xi &= 2 \operatorname{arcsin}(k \operatorname{sn}\tau), \\ \zeta &= 2kcn(\tau), \end{aligned} \tag{13}$$

其中  $k = h/2$ ,  $k \in (0, 1)$ ,  $\operatorname{sn}\tau$  和  $cn\tau$  是 Jacobian 椭圆函数。粒子沿轨道方程 (13) 的运动周期

$$T^0 = 4K(k), \tag{14}$$

$K(k)$  是第一类椭圆积分。当  $h$  单调增加时, 电子的运动周期  $T^0$  从  $2\pi$  增加到无穷。

#### 3.1.3 $h > 2$

当  $h > 2$  时, 轨道也是周期的, 描写了摆围绕不稳定平衡位置的周期运动, 且可用 Jacobian 椭圆函数表示为

$$\xi = \pm 2 \operatorname{arcsin}\left[\operatorname{sn}\frac{\tau}{k'}\right], \tag{15}$$

$$\zeta = \pm \frac{2}{k'} dn\frac{\tau}{k'}, \tag{16}$$

式中  $k' = 2/h$ ,  $dn\tau$  为 Jacobian 椭圆函数, 粒子的运动周期

$$T^r = 2K'(k'). \tag{17}$$

当  $h$  单调减少时, 周期  $T^r$  由 0 增加到无穷。图 2 给出了  $Q = 0$  时系统的有效势和它的相平面特征。可以看出有两分界线把相平面分成了内外两个部分。在分界线内部  $0 < h < 2$  相轨线为一椭圆, 对应于电子绕平衡位置 (稳定点  $\xi$ ) 的周期运动; 在平衡点附近, 相轨线近似为一个圆。在分界线外部  $h > 2$  电子的运动也是周期的, 且由式 (15) 和 (16) 给出。

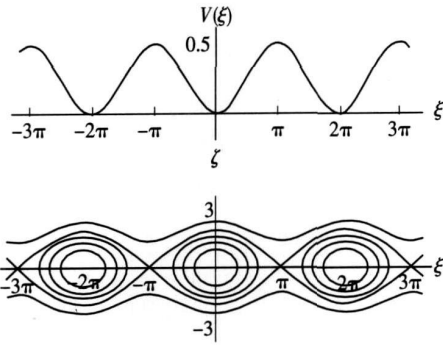


图 2  $Q = 0$  时系统的有效势和它的相平面特征, 从内到外  $h = 0.5, 1, 1.5, 2, 3$ .

Fig 2 The effective potential and the phase planar properties if  $Q = 0$  where parameter  $h = 0.5, 1, 1.5, 2, 3$  from inere to outer

### 3.2 系统的稳定性

系统的稳定性由相平面上分界线包围的面积决定, 相面积越大系统越稳定。而相面积大小直接与系统的  $Q$  值有关。当  $Q = 0$  时相面积最大, 稳定区形状呈“橄榄形”, 系统最稳定。当  $Q \neq 0$  时, 分界线包围的面积减小, 稳定区呈“鱼形”。当  $Q = 1$  时, 稳定区消失, 系统处于临界状态。

根据加速器束流动力学理论, 引入接受度概念来描述系统的稳定性。在加速器物理中, 系统的接受度  $\sigma$  定义为

$$\sigma = \pi s \tag{18}$$

其中  $s$  是分界线包围的相面积。于是, 系统的稳定性问题转化为分界线包围的相面积大小问题。当  $h = 2$  时, 分界线方程可以表示为

$$\zeta = \pm 2 \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\xi}{2}} = \pm 2 \cos \frac{\xi}{2} \tag{19}$$

相面积由公式

$$s = 4 \int_{-\pi}^{\pi} \cos \frac{\xi}{2} d\xi = 8 \sin \frac{\xi}{2} \Big|_{-\pi}^{\pi} = 16 \tag{20}$$

给出。

### 4 $Q \neq 0$ 的情形

当  $Q \neq 0$  时,  $Q$  的取值范围为  $[0, 1]$ 。对于这种情况系统有一个稳定点  $\xi_s = \arcsin Q$  和一个不稳定点  $\xi_u = \pi - \arcsin Q$ 。

定义

$$f(\xi) = \sin^2 \frac{\xi}{2} - \frac{1}{2} Q \xi \tag{21}$$

则

$$f_u = f(\xi_u) = \frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 - Q^2}] - \frac{Q}{2} [\pi - \arcsin Q] \tag{22}$$

分三种情况对系统的相平面特征进行讨论。

#### 4.1 $h = f_u$

当  $h = f_u$  时, 对应于系统分界线, 且可将分界线方程表示为

$$\xi_{\pm} = \pm \zeta(\xi, f_u) = \pm 2 \sqrt{f_u - f(\xi)}, \quad \xi_L \leq \xi \leq \xi_U \tag{23}$$

稳定区面积由公式

$$s = 2 \int_{\xi_L}^{\xi_U} \sqrt{f_u - f(\xi)} d\xi \tag{24}$$

给出, 其中  $\xi_L, \xi_U$  是式 (23) 在主值范围内的两个零点, 如图 3(b) 的鱼形区所示。

#### 4.2 $h < f_u$

当  $h < f_u$  时, 对应于“鱼形区”内部的相轨线

$$\zeta^2 = 4[h - f(\xi)] = 4 \left[ h - \left[ \sin^2 \frac{\xi}{2} - \frac{Q}{2} \xi \right] \right], \quad \xi_L \leq \xi \leq \xi_U \tag{25}$$

这是一族光滑闭曲线, 且近似为一椭圆, 如图 3(b) 所示。

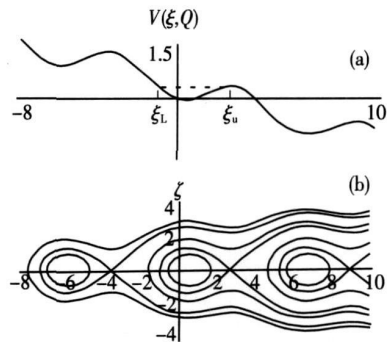


图 3  $Q = 0.4$  时系统的有效势和它的相平面特征

Fig 3 The effective potential and the phase planar properties if  $Q = 0.4$

#### 4.3 $h > f_u$

当  $h > f_u$  时,  $h - f(\xi) = 0$  只有一个零点, 相平面上给出的是一族不封闭的相轨线, 如图 3(b) 最外面的那条相轨线所示。

以上的分析表明, 当外力矩  $Q = 0$  时, 系统的接受度最大, 俘获的电子数最多, 可以预期辐射强度也最大; 随着外力矩增加, 接受度降低; 当外力矩  $Q = 1$  时, 接受度为零, 系统处于临界状态。由  $Q_0 = \cos \Omega \tau_0 = Q$ , 可得系统的临界条件为

$$(eE_0)_c = k_p V \cos \Omega \tau_0, \quad (26)$$

当  $(eE_0)_c < k_p V \cos \Omega \tau_0$  时, 系统是稳定的, 当  $(eE_0)_c > k_p V \cos \Omega \tau_0$  系统不稳定。上式表明: 系统的稳定性与外电场振幅、势阱深度、势阱宽度及因子  $\cos \Omega \tau_0$  有关, 只需适当调节系统参数, 可望输出比较强的高次谐波辐射。

## 5 结 论

利用加速器束流动力学方法, 引入接受度概念描写了带电粒子在正弦型掺杂超晶格子阱中的相运动行为, 并讨论了在周期外场作用下, 利用

低能粒子获得高次谐波的可能性。在固定力矩情况下讨论了系统的基本特征, 粒子运动方程退化为经典的摆方程, 用 Jacobian 椭圆函数和第一类椭圆积分解析地给出了无扰动系统的解和振动周期, 并用数值方法分析了系统的相平面特征和它的稳定性。结果表明, 外力矩为零时, 系统的接受度最大, 俘获的电子数最多, 辐射强度最强; 随着外力矩增加, 接受度降低; 当外力矩最大 ( $Q = 1$ ) 时, 接受度为零, 系统处于临界状态。注意到临界条件与系统参数有关, 只需适当调节参数, 就可望输出比较强的高次谐波辐射。

## 参 考 文 献:

- [ 1 ] Kum akhov M A. On the theory of electromagnetic radiation of charged particles in crystal [ J ]. *Phys Lett A*, 1976 **57** (1): 17-18
- [ 2 ] Luo S Y, Shao M ingzhu Poss ibility of reform ing the electron axial channeling radiation as the V-laser [ J ]. *HEP & NP* (高能物理与核物理), 2005 **29**(2): 193-196 ( in Chinese).
- [ 3 ] Kubank in A S Nasonov N N. On the possibility of using param etric X-ray radiation to study an isotropy of a crystal mosaic structure [ J ]. *J. Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 2008, **2**(2): 317-320
- [ 4 ] Shchagin A V. Diffraction in forward direction of param etric X-ray radiation from relativistic particles of moderat energy [ J ]. *SPIE*, 2007 **6634** 418-423
- [ 5 ] Shchagin A V. Advanced radiation sources and applications [ M ]. Natherland Springer 2004 27-45
- [ 6 ] KoroIA V, Solovyov A V, Greiner W. Channeling of positrons through periodically bent crystals on feasibility of crystal line undulator and gamma laser [ J ]. *Int J. Mod. Phys E*, 2004, **13**(5): 867-916
- [ 7 ] Tabrizi M, KoroIA V, Solovyov A V, et al Feasibility of an electron-based crystalline undulator [ J ]. *Phys Rev Lett*, 2007, **98**(16): 164801-1-4
- [ 8 ] Bryukov V M, Afon in A G, Baranov V T, et al Advanced radiation sources and applications [ M ]. Natherlands sprir ger 2006 191-200
- [ 9 ] Wang Y axun, Shao M ingzhu, Luo Sh iyu The coherent param etric ray radiation and dechanneling effects in bent crystal [ J ]. *Semiconductor Optoelectronics* (半导体光电), 2009 **30**(2): 223-226 ( in Chinese).
- [ 10 ] Luo Sh iyu, Shao M ingzhu Poss ibility of undulator radiation as short length laser by a periodically bent crystal [ J ]. *Chin J. Laser* (中国激光), 2009, **36**(6): 1378-1382 ( in Chinese).
- [ 11 ] Zhang Li, Wang Shanjin, Luo Sh iyu, et al The param etric X-ray radiation and local bifurcation of rotated periodic orbit in system [ J ]. *Chin. J. Lum in.* (发光学报), 2009, **30**(4): 520-524 ( in Chinese).
- [ 12 ] Antonov V A, Butz V A, Kovp ik O F, et al Excitation of high number harmon ics by non-relativistic oscillations [ J ]. *Atomic Science and Technology*, 2002, **5**(8): 89-91.
- [ 13 ] Butz V A, Marekha V I, Tolstolizhsky A P. Excitation of high number harmon ics by charge particles in time-periodic electric field and a space-periodic potential [ J ]. *Atomic Science and Technology*, 2006, **2**(46): 166-168
- [ 14 ] Butz V A, Yegorov A M, Korlinov E A, et al Nonrelativistic free electron laser [ J ]. *Atomic Science and Technology*, 2007, **3**(2): 265-269.
- [ 15 ] Xu X Y, Su M Z *Lum inescence and Lum inescent Materials* [ M ]. Beijing Academic Press, 2004 196-199
- [ 16 ] Luo Sh iyu, Shao M ingzhu, Luo X iohua The sine-squared potential and dislocation dynamics for strained superlattice [ J ]. *Sci Chin. Physics, Mechanics & Astronomy* (中国科学, 物理学、力学和天文学), 2010, **40**(2): 207-212 ( in Chinese).
- [ 17 ] Jackson J D. *Classical Electro-Dynamics* [ M ]. New York: John Wiley & Sons; 1976 231.

- [18] Abramovitz M, Stegun IA. *Handbook of Mathematical Functions* [M]. New York: Dover, 1965: 59.
- [19] Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Sine squared potential and chaotic behaviour of strained superlattice [J]. *Chin. J. Semiconductors* (半导体学报), 2005, **26**(2): 294-297 (in Chinese).
- [20] Luo S Y, Shao Mingzhu. The sine squared potential and the general properties of planar channeling radiation for positron [J]. *Acta Phys Sin* (物理学报), 2006, **55**(3): 1324-1327 (in Chinese).
- [21] Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Sine squared potential and intrinsic width for channeling radiation [J]. *Chin. J. Lum.* (发光学报), 2005, **26**(4): 431-435 (in Chinese).

## Possibility of Higher Harmonics Radiation of Nonrelativistic Particles as Short Wavelength Laser

FAN Lixian<sup>1</sup>, LUO Xiaohua<sup>2,3</sup>, WU Mu-ying<sup>1</sup>, LI Hong-tao<sup>1</sup>, LUO Shiyu<sup>1</sup>, SHAO Ming-zhu<sup>1</sup>

(1. College of Electron Engineering, Dongguan University of Technology, Guangdong Dongguan 523106, China;

2. College of Electric Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

3. Library, Chongqing University of Communications, Chongqing 400074, China)

**Abstract** In the classical mechanics frame, the particle motion equation in the periodic field is reduced to a pendulum equation, a possibility of the existence of a higher harmonic radiation is discussed by using Bessel function expansion of a generalized trigonometrical function, and the system basic characteristic in the fixing moment situation was discussed. Analytically going the equation solution and the period of vibration for the non-perturbed system by the Jacobian elliptic function and the first kind of elliptic integral, also analyzing the system phase plane characteristic and its stability with the numerical method. The result shows that when the moment is zero, the system acceptance is maximum, the capture electronic number is the most, and the radiation intensity is the biggest. Increases along with the moment, acceptance reduces. When the value of dimensionless moment is 1, acceptance is the zero, the system is at the critical condition. Critical condition is related to system parameter. Only obtaining the suitable adjustment parameter, it were hopeful to obtain higher harmonic radiation with the bigger intensity.

**Key words** nonrelativistic particle; higher harmonic radiation; pendulum equation; phase motion; Bessel function

**CLC number** O432.12; TN241

**PACS** 42.55.Vc

**PACC** 4255V

**Document code** A