

含杂质的三臂环中的持续电流

霍淑芬, 肖景林*

(内蒙古民族大学 物理与电子信息学院, 内蒙古 通辽 028043)

摘要: 采用量子波导理论, 研究了含杂质的介观三臂环中的持续电流。结果表明: 输运电流存在时, 不含磁场的三臂环中也可有持续电流产生, 这是纯的量子现象。即使含杂质的三臂环和含杂质的单环上、下臂比例相同, 两环中的电流也明显不同。更重要的是发现在某些能量范围内, 杂质不总是制约持续电流的增大。

关键词: 量子波导理论; δ 函数杂质; 持续电流

中图分类号: O469; O472.4

PACS: 73.61.Le

PACC: 7360

文献标识码: A

1 引 言

近年来, 由于纳米尺寸刻蚀技术和分子束外延技术日趋成熟, 把电子限制在 100 nm 左右的导体中运动已经成为现实, 制备介观尺度的器件成为可能, 随之对介观器件物理性质的研究成为热门话题。这是由于一方面, 介观体系有我们熟悉的微观属性, 表现出量子力学的特征; 另一方面, 它的尺寸又几乎是宏观的。因此, 有许多工作投入到介观系统的研究中, 其中一个最热门的课题是介观环中的持续电流问题^[1~4]。正常金属的环, 由于总有杂质、缺陷或表面的不平整性, 有剩余电阻的存在, 一般认为, 电流将很快衰减。1983年, Büttiker 等^[5]从理论上证明只要环的尺度 $L \leq L_c$ (介观尺度的环), 非超导的持续电流就可以存在, 至今已有三个实验^[6~8]证实了它的存在。

自从发现持续电流存在以来, 迄今已有许多关于这方面的研究工作, 包括单环^[9,10]、双环^[11,12]、多臂环^[13~17]结构。理论和实验已证实: 磁通量穿过孤立介观环时会产生持续电流, 在这个系统中即使撤掉磁通量后, 系统仍能维持电流的存在^[9]。到目前为止, 对无磁场含杂质的三臂环中的持续电流研究甚少, 本文用量子波导理论^[16]对其进行了研究。

2 理论方法

所研究的介观结构如图 1, 三臂环的上臂长

为 l_1 , 中间臂和下臂的长分别为 l_2, l_3 , 且 $l = l_1 + l_2 + l_3$, 在上臂 D 点处有一 δ 函数杂质, D 点与 A 点的距离为 l_4 , 杂质势强度为 v , 假设系统宽度的尺度远远比系统长度的尺度小, 以至于由于横向限制势的影响而导致能级宽度远远比由于纵向限制势的影响而产生的能级宽度要大, 因此电子的运动是一维的, 假设波矢为 k 的电子由路径 1 入射, 经过如图 1 所示的一维介观结构, 则图中各路径波函数为:

$$\psi_1 = \exp(ikx) + a\exp(-ikx)$$

$$\psi_i = c_i \exp(ikx) + d_i \exp(-ikx) \quad (i = 2, 3, 4, 5)$$

$$\psi_6 = t \exp(ikx) \quad (1)$$

其中 a, t 分别代表反射系数和透射系数。

量子波导理论要求: 结点处波函数连续和电流守恒, 所以在 A, C, D 点满足下列关系:

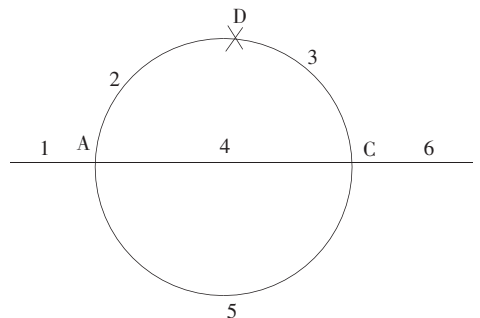


图 1 连接两导线的含杂质三臂环的介观结构
Fig. 1 Schematic diagram of an ideal one-dimension triple-arm ring with an impurity, which is coupled to two leads

收稿日期: 2008-12-23; 修订日期: 2009-01-02

基金项目: 国家自然科学基金(10347004, 10747002)资助项目

作者简介: 霍淑芬(1980-), 女, 内蒙古通辽人, 主要从事凝聚态理论的研究。

*: 通讯联系人; E-mail: xiaojilin@126.com, Tel: (0475)8313561

$$\begin{aligned}
 & \psi_1(0) = \psi_2(0) = \psi_4(0) = \psi_5(0) \\
 \text{A} \quad & \sum_i \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 4, 5) \\
 & \psi_2(l_4) = \psi_3(l_4) \\
 \text{D} \quad & \frac{\partial \psi_3(l_4)}{\partial x} - \frac{\partial \psi_2(l_4)}{\partial x} = 2v\psi_3(l_4) \\
 & \psi_3(l_1) = \psi_4(l_2) = \psi_5(l_3) = \psi_6(0) \\
 \text{C} \quad & \frac{\partial \psi_3(l_1)}{\partial x} + \frac{\partial \psi_4(l_2)}{\partial x} + \frac{\partial \psi_5(l_3)}{\partial x} = \frac{\partial \psi_6(0)}{\partial x}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$\tag{3}$$

$$\tag{4}$$

经过计算,可以得到 $t, a, c_2, d_2, c_3, d_3, c_4, d_4, c_5, d_5$ 。

在一个很小的能量间隔内总电流是 $I = (e/2\pi\hbar)T$, T 为电子的透射几率, 根据 $T = tt^*$, 可以求得电子的透射几率。三臂环中各臂的电流表示为 $I_i = |c_i|^2 - |d_i|^2$ 。对于单环和双环, 如果两个臂中某一个臂中的电流大于 I , 那么另一臂中的电流就必定为负值, 以保持结点处电流守恒, 通常就把此负电流称为持续电流。如果持续电流是顺时针的即为正值, 如果持续电流是逆时针的即为负值。对于三臂环来说, 如果上臂中电流大

于 I , 电流即可以流到中间臂又可以流到下臂。在这采用有效电流的方法计算上、中、下三个臂中的持续电流 I_p^1, I_p^2 和 I_p^3 。以上臂为例, 通过上臂的持续电流 $I_p^1 = (T - |I_1| - |I_{\text{eff}}|)/2$, 其中 $|I_1|$ 和 $|I_{\text{eff}}|$ 对每个臂来说是不同的。

3 结果与讨论

图2分别给出了当 $vl_4 = 1, l_4 = 100$ 时, (a)、(c) $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2}{\pi}:1$, (b)、(d) $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2\sqrt{2}}{\pi}:3$ 两种情况三臂环中电子透射几率 T (a)、(b) 和各臂中的持续电流 I_p^1, I_p^2, I_p^3 (c)、(d) 与无量纲波矢 kl 关系曲线。从图中可以看出透射几率和持续电流变化都是不规则的, 不具有周期性, 若三臂环上、下臂比值相等, 上、下臂中的持续电流大小相同(图2c), 其余情况下, 三臂环各臂中的持续电流大小不同, 这与没有杂质时情形相同^[17], 并且在某些 kl 位置, 电子能实现完全透射。比较(a)、(c)和(b)、(d)可以看出, 在相同条件下, $l_1:l_2:l_3 =$

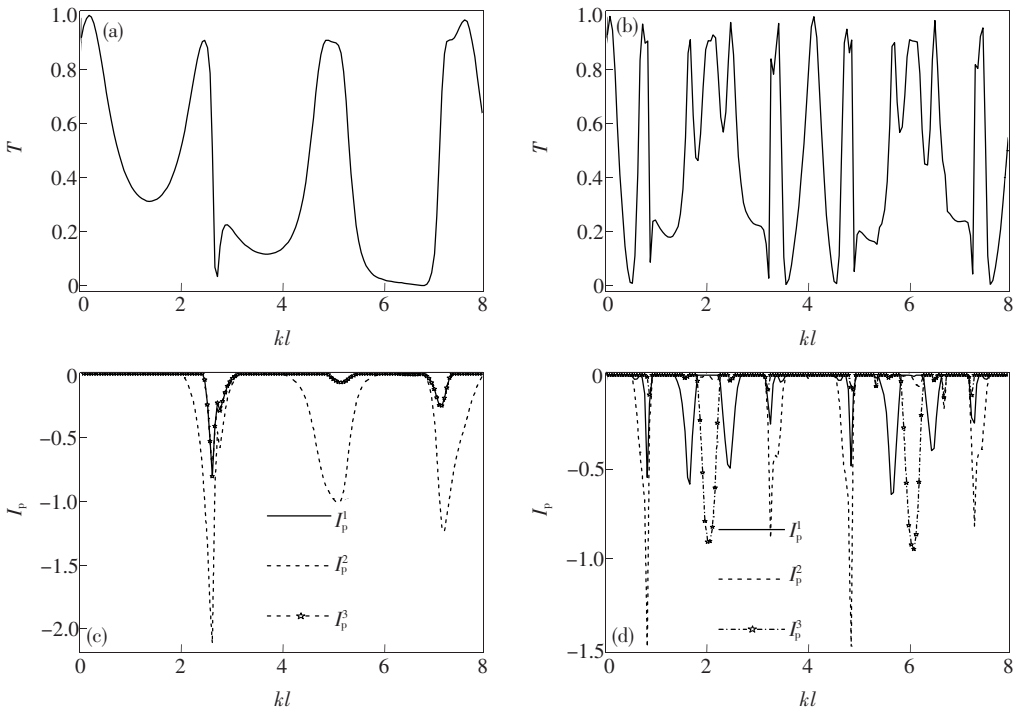


图2 当 $vl_4 = 1, l_4 = 100$ 时, (a)、(c) $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2}{\pi}:1$, (b)、(d) $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2\sqrt{2}}{\pi}:3$ 两种情况下, 三臂环中电子透射几率 T [(a)、(b)] 和各臂中的持续电流 I_p^1, I_p^2 和 I_p^3 [(c)、(d)] 与无量纲波矢 kl 的关系曲线

Fig. 2 When $vl_4 = 1, l_4 = 100$, the transmission coefficient T [(a) and (b)] and persistent current I_p^1, I_p^2 and I_p^3 [(c) and (d)] in each arm versus dimensionless wave vector kl in the triple-arm ring for $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2}{\pi}:1$ (a) and (c); $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2\sqrt{2}}{\pi}:3$ (b) and (d).

1: $\frac{2}{\pi}$: 1 时透射几率和持续电流的振荡次数明显比 $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2\sqrt{2}}{\pi}:3$ 时少,这就意味着透射几率、持续电流均与各臂的长度的比值有关。对比 (a) 和 (c), (b) 和 (d) 不难发现:持续电流的峰值总是出现在透射几率峰值位置附近,而且共振透射变化快的位置明显比共振透射变化慢的位置出现较大的持续电流。

图 3 表示当 $vl_3 = 1, l_1 = 0.25l, l_2 = 0.75l, l_3 = 100$ 时,上臂含杂质的单环中的持续电流与 kl 的关系曲线 (l_1, l_2 分别为上下臂长度,杂质在上臂 l_3 处)。比较图 2 (c) 和图 3,可知含杂质的三臂环和含杂质的单环中持续电流的变化明显不同。这是因为对于单环的情况,如果其中一个臂中的电流大于 I ,为了保持结点处的总电流守恒,另一个臂中电流就必须为负值。但对于三臂环来说,如果上臂中的电流大于 I ,电流即可以流到中间臂又可以流到下臂。因此,即使三臂环和单环中杂质势和杂质位置相同,且上、下臂长度相等,两个环中的持续电流也不一样。

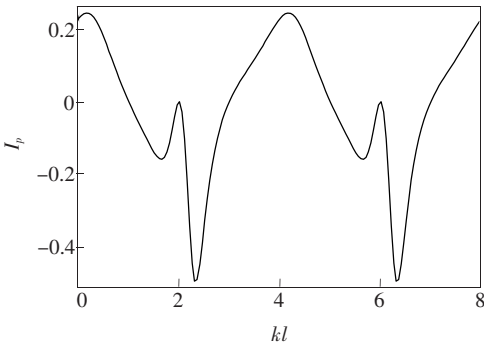


图 3 当 $vl_3 = 1, l_1 = 0.25l, l_2 = 0.75l, l_3 = 100$,上臂含杂质的单环中的持续电流与 kl 的关系曲线

Fig. 3 The persistent current versus kl in the single ring with an impurity, which at the length l_3 of the upper arm, when $l_1 = 0.25l, l_2 = 0.75l, l_3 = 100$ and $vl_3 = 1$ (l_1 and l_2 are the lengths of the upper and lower arms).

图 4 是当 $vl_4 = 3, l_4 = 100, l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2\sqrt{2}}{\pi}:3$ 时,三臂环各臂中的持续电流 I_p^1, I_p^2 和 I_p^3 和 kl 的关系曲线。比较图 4 和图 2 (c) 不难发现:杂质势的增加不总是制约持续电流的增大,在某些能量范围内还可以使持续电流增加。这是因为杂质势

的增加导致含杂质的这一路径的电子数目减少,其他路径电子数目必然增加,态密度的提升可产生较大的持续电流。因此,可以通过调节杂质势来实现对持续电流的控制。

为了进一步说明杂质对三臂环中电子运输的影响,在图 5 中给出当 $kl_4 = 0.5\pi, l_1:l_2:l_3:l_4 = 1:\frac{2}{\pi}:1:\frac{1}{2}$ 时,三臂环中透射几率 T 与杂质势 vl_4 的关系曲线。由图可以看出随着杂质势的增加透射几率单调的增大到某一个值就不再变化,因为随着杂质势增大到无穷,三臂环中的上臂在杂质处被切断,电子不能从上臂通过,只能从中间臂和下臂通过。

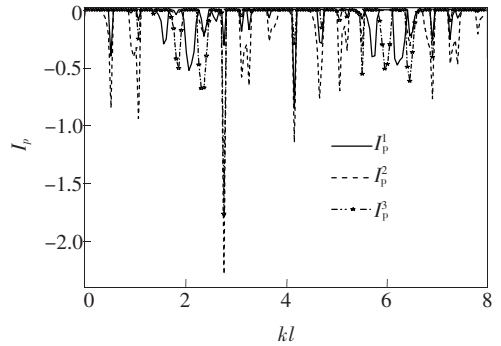


图 4 当 $vl_4 = 3, l_4 = 100, l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2\sqrt{2}}{\pi}:3$,三臂环各臂中的持续电流 I_p^1, I_p^2 和 I_p^3 与 kl 的关系曲线

Fig. 4 The persistent current in each arm versus kl in the triple-arm ring for $vl_4 = 3, l_4 = 100$ and $l_1:l_2:l_3 = 1:\frac{2\sqrt{2}}{\pi}:3$.

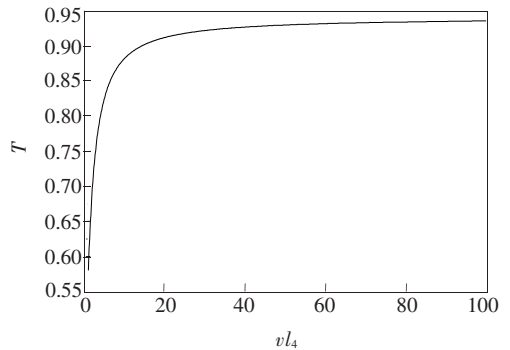


图 5 当 $kl_4 = 0.5\pi, l_1:l_2:l_3:l_4 = 1:\frac{2}{\pi}:1:\frac{1}{2}$ 时,三臂环中透射几率 T 与杂质势 vl_4 的关系曲线

Fig. 5 The transmission coefficient T versus the impurity potential vl_4 in the triple-arm ring for $kl_4 = 0.5\pi$ and $l_1:l_2:l_3:l_4 = 1:\frac{2}{\pi}:1:\frac{1}{2}$

4 结 论

通过对含杂质的三臂环中的持续电流的研究,发现输运电流存在时,不含磁场的三臂环中也可有持续电流产生,这是纯的量子现象。在这一介观结构中,电子的透射几率和持续电流的变化

是不规则的。在杂质位置和杂质势相同的条件下,即使含杂质的三臂环和含杂质的单环上、下臂比例相同,两环中的电流也明显不同。更重要的是,杂质不总是制约持续电流的增大,在某些能量范围内还可以使持续电流增加,因此可以通过调试杂质势来实现对持续电流的控制。

参 考 文 献:

- [1] Benjamin Colin, Jayannavar A M. Current magnification effect in mesoscopic systems at equilibrium [J]. *Phys. Rev. B*, 2001, **64**(23):233406-1-4.
- [2] Areek T P, Jayannavar A M. Persistent currents in coupled mesoscopic rings [J]. *Phys. Rev. B*, 1996, **54**(9):6376-6381.
- [3] Anda E V, Busser C, Chiappe G, *et al.* Persistent currents in mesoscopic ring with a side connected quantum dot [J]. *Phys. B*, 2002, **320**(1-4):358-361.
- [4] Jayannavar A M, Singha Deo P. Persistent current and conductance of a metal loop connected to electron reservoirs [J]. *Phys. Rev. B*, 1994, **49**(19):13685-13690.
- [5] Buttiker M, Imry Y, Landauer R. Josephson behavior in small normal one-dimensional rings [J]. *Phys. Lett. A*, 1983, **96**(7):365-367.
- [6] Levy L P, Dolan G, Unsmuir J D, *et al.* Magnetization of mesoscopic copper ring: Evidence for persistent currents [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(17):2074-2077.
- [7] Chandrasekhar V, Webb A, Brady M J, *et al.* Magnetic response of a single isolated gold loop [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **67**(25):3578-3581.
- [8] Mailly D, Chapelier C, Benoit A. Experimental observation of persistent currents in GaAs-AlGaAs single loop [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(13):2020-2023.
- [9] Jayannavar A M, Singha Deo P. Persistent current in the presence of a transport current [J]. *Phys. Rev. B*, 1995, **51**(15):10175-10178.
- [10] Pareek T P, Jayannavar A M, Singha Deo P. Effect of impurity on the current magnification in the mesoscopic open ring [J]. *Phys. Rev. B*, 1995, **52**(20):14657-14663.
- [11] Zhang Yi, Xiao Jinglin. Persistent current in double Aharonov-Bohm ring connected to electron reservoirs [J]. *Commun. Theor. Phys.*, 2007, **47**(3):573-576.
- [12] Xiao Jinglin, Hong Yongli, Li Chunlei. Properties of transmission of electron in couple rings [J]. *J. Lumin.*, 2006, **119-120**:513-516.
- [13] Wu Hanchun, Guo Yong, Chen Xinyi, *et al.* Giant persistent current in a quantum ring with multiple arms [J]. *Phys. Rev. B*, 2003, **68**(12):125330-1-4.
- [14] Li Hongming, Xiao Jinglin. The persistent currents in triple-arm AB ring with an impurity [J]. *Phys. B*, 2007, **396**(1-2):91-94.
- [15] Li Hongming, Xiao Jinglin. Persistent currents in mesoscopic structure with and impurity [J]. *Chin. J. Lumin.* (发光学报), 2007, **28**(4):489-492 (in Chinese).
- [16] Xia J B. Quantum waveguide theory for mesoscopic structures [J]. *Phys. Rev. B*, 1992, **45**(7):3593-3599.
- [17] Zhang Yi, Xiao Jinglin. The persistent currents in triple-arm ring [J]. *Chin. J. Lumin.* (发光学报), 2007, **28**(3):321-324 (in Chinese).

The Persistent Currents in the Triple-arm Ring with an Impurity

HUO Shu-fen, XIAO Jing-lin

(*College of Physics and Electronic Information, Inner Mongolia University for Nationalities, Tongliao 028043, China*)

Abstract: Recently, development of fabrication techniques has made possible for the dimensions of a structure to be much smaller than its characteristic lengths, such as mean free path and phase-coherence length of an electron. Such structure is referred to as mesoscopic system. The physical properties of the mesoscopic system are so affected by quantum-interference effects strongly that this system exhibits many novel phenomena. One of the intriguing phenomena is the persistent current in quantum rings threaded by magnetic flux. Prior to the experimental observation, Büttiker, Imry and Landauer suggested that the existence of persistent current is in an ordered one-dimension ring threaded by magnetic flux. Since the discovery of the persistent current, there have been many studies on the single ring, coupled ring and multiple-arm ring structures. It was shown that, in the presence of a transport current, the persistent current can flow in a ring, even in the absence of a magnetic field. The purpose of this paper is to study persistent currents in the triple-arm ring with an impurity by using quantum waveguide theory. It was found that in the presence of the transport current the persistent current arises in such structure even in the absence of magnetic field, beside, the persistent current in the triple-arm ring with an impurity and the single ring with an impurity are different, even though the ratio of the upper arm to the lower arm is same for the two cases. More importantly, It was shown that the impurity does not always suppress the amplitude of persistent current at some energy ranges.

Key words: quantum waveguide theory; δ -function impurity; persistent current

CLC number: 0469; 0472.4

PACS: 73.61.Le

PACC: 7360

Document code: A