

文章编号: 1000-7032(2009)01-0035-05

# 太赫兹波段三角晶格二维光子晶体的传输特性

梁兰菊

(枣庄学院 物理与电子工程系, 山东 枣庄 277160)

**摘要:** 用平面波展开法研究了太赫兹 (THz) 波在二维三角晶格光子晶体中的传输特性。数值计算了以硅为背景的空气圆柱构成的二维三角晶格光子晶体的能带结构和态密度, 计算表明在介质圆柱半径  $r = 0.47a$  ( $a$  为空气介质柱的晶格常数) 出现最大完全光子带隙, 带隙宽度为 0.070 1 THz; 当  $r = 0.49a$  和  $r = 0.45a$  时, E 偏振和 H 偏振分别出现最大光子带隙, 带隙宽度分别 0.102 2, 0.192 3 THz。光子晶体能态密度的分布也表明了存在光子带隙的范围。研究结果为 THz 器件的开发提供了理论依据。

**关键词:** 太赫兹波; 光子晶体; 平面波展开法; 三角晶格

**中图分类号:** O431      **PACC:** 4220      **文献标识码:** A

## 1 引 言

太赫兹 (Terahertz, THz) 技术是近二十年来随着其产生机理、检测技术和应用技术发展起来的, 它的频段位于电子学与光学的交界处<sup>[1~3]</sup>。太赫兹波具有频率高、脉冲短、高空间相干性、低光子能量等特性, 在天文、生物、计算机、通信科学和物体成像、环境监测、医学诊断等技术领域有着巨大的应用价值。目前, 对太赫兹波的研究突飞猛进<sup>[4,5]</sup>, 相继出现了太赫兹发射器、探测器、太赫兹波导等功能器件。关于太赫兹波传输器件的研究, 目前, 大多数实验平台是基于其在自由空间中的传输, 致使在某种程度上难以对其传播特性进行控制和引导, 而光子晶体的引入却能为 THz 的传输开辟新的道路<sup>[6~8]</sup>。光子晶体的概念是在 1987 年分别由 S. John<sup>[9]</sup> 和 E. Yablonovitch<sup>[10]</sup> 等人提出来的, 光子晶体最重要的特征是具有光子带隙<sup>[11,13]</sup>, 它能够应用于太赫兹波段的传输, 且色散小、损耗低, 可以制作出多种 THz 器件, 如光子晶体滤波器、反射器等。因此, 对太赫兹波在光子晶体中传输特性的研究具有非常重要的学术和应用价值。

本文从太赫兹波的特性出发, 应用平面波展开法研究了太赫兹波在二维光子晶体中的传输特

性。从二维三角晶格光子晶体的基本结构出发, 在以硅为背景的空气介质柱晶格常数为  $a = 0.3$  mm 的二维三角晶格光子晶体中, 研究了最大带隙宽度随  $r/a$  的变化, 获得了不同太赫兹波范围内的带隙结构。文中还从光子能态密度出发, 计算了三角晶格二维光子晶体的 TE 模、TM 模的能态密度分布, 验证了太赫兹波段光子晶体的特性, 结果为 THz 器件的开发提供了理论依据。

## 2 理论和计算方法

平面波展开法主要通过将电磁场在倒格失空间中以平面波叠加的形式展开, 可将 Maxwell 方程组化为一个本征方程, 求解本征值即可得到传播光子的本征频率, 从而获得光子晶体的光子禁带。此外通过平面波展开法还可求出对应的本征模态, 进而求出光子晶体的光子能态密度。

图 1(a) 是介电常数为  $\epsilon_a$  的介质圆柱嵌在介电常数为  $\epsilon_b$  的材料中所形成的三角晶格, 单位晶格的形状为正六边形, 圆柱半径为  $r$ , 相邻两圆柱柱心相距为  $b$ 。图 1(b) 为三角格子的第一 Brillouin 区, 而不可约 Brillouin 区为  $\Gamma$ MK 所围成的三角区域。在二维光子晶体中, 入射电磁波分解为 H 偏振和 E 偏振, 即磁场平行于介质柱的 TE 模和电场平行于介质柱的 TM 模。

收稿日期: 2008-08-25; 修订日期: 2008-11-24

基金项目: 山东省教育厅 2007 年度科研发展计划 (J07W105); 山东省科技厅 2007 年科技项目 (2007GG3004005) 资助项目

作者简介: 梁兰菊 (1979 -), 女, 山东枣庄人, 主要从事太赫兹波方面的研究。

E-mail: yxllj68@126.com

图 1 (a) 圆柱组成二维三角结构光子晶体; (b) 三角格子的第一 Brillouin 区; (c) 三角晶格倒晶格空间取样方式

Fig. 1 (a) The cylinder constitutes of 2D triangular lattice photonic crystal structure; (b) Brillouin region of triangular lattice; (c) Space sampling method in reciprocal space of triangular lattice.

由 Maxwell 方程组得到电磁波在光子晶体中的传播方程:

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\varepsilon(x_{11})} \nabla \times \mathbf{E} \right] = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\varepsilon(x_{11})} \nabla \times \mathbf{H} \right] = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H} \quad (2)$$

由二维光子晶体的周期性, 可把  $\varepsilon^{-1}(x_{11})$ ,  $H_3(x_{11}, \omega)$  展开成傅立叶级数:

$$\varepsilon^{-1}(x_{11}) = \sum_G K(G) e^{iGx_{11}} \quad (3)$$

$$H_3(x_{11}, \omega) = \sum_G A(K+G) e^{i(K+G)x_{11}} \quad (4)$$

其中  $K$  是被限制在第一 Brillouin 区的波矢量, 可以表示为  $K = k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2$ ;  $G = h_1 b_1 + h_2 b_2$  是晶格的二维倒格矢,  $h_1, h_2$  是整数; 三角格子的基本倒格矢为

$$b_1 = \frac{2\pi}{a} \left( \hat{x}_1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \hat{x}_2 \right); \quad b_2 = \frac{2\pi}{a} \left( -\frac{2\sqrt{3}}{3} \hat{x}_2 \right) \quad (5)$$

我们首先考虑 H 偏振(或 TE 模), 此时 H 和 E 可写成

$$H(x_{11}, t) = H_0(x_{11}, \omega) e^{-i\omega t} = [0, 0, H_3(x_{11}, \omega)] e^{-i\omega t} \quad (6)$$

$$H(x_{11}, t) = E_0(x_{11}, \omega) e^{-i\omega t} = [E_1(x_{11}, \omega), E_2(x_{11}, \omega), 0] e^{-i\omega t} \quad (7)$$

其中  $x_{11}$  为由  $x_1, x_2$  坐标轴构成的平面上的矢量。先把式(2)展开, 然后把式(6)和式(7)代入, 消去  $E_1$  和  $E_2$ , 得到  $H_3$  的表达式

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \frac{1}{\varepsilon(x_{11})} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ \frac{1}{\varepsilon(x_{11})} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right] = -\frac{\omega^2}{c^2} H_3 \quad (8)$$

把式(3)和式(4)代入式(8)得:

$$\sum_G K(G-G')(k+G')(k+G)A(k+G') = \frac{\omega^2}{c^2} A(k+G) \quad (9)$$

式(9)将 TE 偏振的电磁波在光子晶体的传播问题变成了求解对称矩阵的本征值和本征函数的问题。

对于 E 偏振(或 TM 模), 同理可得如下方程:

$$\sum_G K(G-G')(k+G')^2 B(k+G') = \frac{\omega^2}{c^2} B(k+G) \quad (10)$$

式(9)和式(10)分别是对无限多个倒格矢的求和。本文中用  $N$  个倒格矢的和来代替。这样这两个方程分别变成含有  $2N \times 2N$  个矩阵元的本征值方程, 我们可以采用数值计算的方法来求解。考虑每个原胞由介质常数分别为  $\varepsilon_a$  和  $\varepsilon_b$  的两种材料组成, 此时式(9)和(10)中的系数可表示为:

$$K(G) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_a} f + \frac{1}{\varepsilon_b} (1-f), & G = 0 \\ \left( \frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) f \frac{2J_1(rG)}{r|G|}, & G \neq 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中  $J_1$  为一阶贝塞尔函数,  $f$  为填充因子, 即介质柱或空气柱占整个晶胞的百分比, 对于三角格子

$$f = \frac{S_r}{S_a} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{r^2}{a^2} \quad (12)$$

将式(11)代入式(10)和(9), 即可求出 H 偏振和 E 偏振的本征频率。

光子态密度(density of photon states: DOS)为单位频率下所存在的能态数目, 它与光子晶体的

透射率及许多实验上观察到的光学性质有密切的关系,数学表达式<sup>[14]</sup>

$$\text{DOS} = \sum_{\text{BZ}} \delta[\omega - \omega(\mathbf{k})] \quad (13)$$

根据公式(13),先对第一 Brillouin 区取样 Bloch 向量<sup>[15,16]</sup>,以平面波展开法求出所对应的本征模态,然后统计模态数目对能量的分布,即可求得光子态密度。

### 3 数值计算结果与分析

本文选用晶格常数  $a = 0.3 \text{ mm}$ ,硅的相对介电常数  $\epsilon_b = 11.6$ ,空气的相对介电常数  $\epsilon_a = 1$ ,其晶格结构如图 1 所示。在固定介电常数和晶格常数不变的情况下,采用 961 个平面波进行展开。图 2 是二维圆柱三角晶格光子晶体的最大带隙宽度随  $(r/a)$  的变化曲线。图中实线是 TM 模,虚线是 TE 模,当  $r/a = 0.49$  时 TM 出现最大带隙宽度,  $r/a = 0.45$  时 TE 模出现最大带隙宽度,并且从

图中可知,  $r/a = 0.47$  时出现最大完全带隙。

图 3 主要分析了 TM 模、TE 模以及最大完全带隙的能带结构,横坐标表示波矢量(即第一 Brillouin 区的对称点),纵坐标表示归一化频率。图 3(a)为 TM 模光子能带结构,由图可知,当  $r/a = 0.49$  时, TM 模出现最大带隙,带隙范围为  $0.5769 \sim 0.4774 \text{ THz}$ 。由图 3(b)可知,在  $r/a =$

图 2 最大带隙宽度随  $r/a$  的变化曲线

Fig. 2 Maximum photonic band gap curve with the variation of  $r/a$

图 3 (a) TM 模光子能带结构( $r/a = 0.49$ );(b) TE 模光子能带结构( $r/a = 0.45$ );(c) 完全带隙光子能带结构( $r/a = 0.47$ )

Fig. 3 (a) The photonic-band structure of TM mode( $r/a = 0.49$ );(b) The photonic-band structure of TE mode( $r/a = 0.45$ );(c) The absolute photonic band gap structure ( $r/a = 0.47$ ).

图 4 (a) 电场极化下,三角晶格光子晶体的态密度;(b) 磁场极化下,三角晶格光子晶体的态密度

Fig. 4 (a) under electrical poling, the density of state of triangular lattice photonic crystals;(b) under magnetical poling, the density of state of triangular lattice photonic crystals.

0.45 时, TE 模出现最大带隙, 范围为 0.490 1 ~ 0.297 8 THz, 由图 3(c) 可知, 在  $r/a = 0.47$  时, TE 模和 TM 模出现最大完全带隙, 带隙为 0.501 6 ~ 0.431 5 THz。

在三角晶格的倒晶格空间中, 我们使用图 1(c) 的方式对 Bloch 向量取样, 取样的点数为 5 776, 在计算公式(9)和(10)时我们使用了 961 平面波, 图 4(a) 为  $r/a = 0.49$  时电场极化下的光子态密度(DOS)分布图, 频率在 0.576 9 ~ 0.477 4 THz 有能隙存在, 图 4(b) 为  $r/a = 0.45$  时磁场极化下的光子 DOS 分布图, 频率在 0.490 1 ~ 0.297 8 THz 有能隙存在, 与图 3(a)、(b) 光子晶体的能带图的带隙范围符合得较好,

二维三角晶格圆柱光子晶体光子态密度的分布也为其能带结构的存在提供了有力的依据。

## 4 结 论

研究了 THz 波段的二维三角晶格光子晶体的传输特性。在固定介电常数和晶格常数不变的情况下, 分析了最大带隙宽度随  $(r/a)$  的变化曲线, 确定了 TE 模、TM 模以及完全带隙的最大带隙宽度对应的  $(r/a)$  比值。最后计算了光子态密度, 与能带图的带隙范围符合得较好。这些理论可以用在 THz 波段滤波器、反射器等方面, 具有实际应用价值。

## 参 考 文 献:

- [ 1 ] Bingham A, Zhao Y G, Grischkowsky D. THz parallel plate photonic waveguide [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **87**(5): 051101-1-3.
- [ 2 ] Lin C C, Chen C H, Schneider G J, *et al.* Wavelength scale terahertz two-dimensional photonic crystal waveguides [J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(23):5723-5728.
- [ 3 ] Liu H, Yao J, Xu D, *et al.* Propagation characteristics of two-dimensional photonic crystals in the terahertz range [J]. *Appl. Phys. B*, 2007, **87**(1):57-63.
- [ 4 ] Alireza Hassani, Alexandre Dupuis, Maksim Skorobogatiy. Low loss porous terahertz fibers containing multiple subwavelength holes [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2008, **92**(7):071101-1-3.
- [ 5 ] Qi Limei, Yang Ziqiang, Gao Xi, *et al.* Analysis of two-dimensional photonic band gap structure with a rhombus lattice [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(4):279-281.
- [ 6 ] Liu H C, Song C Y, Wasilewski Z R, *et al.* Coupled electron-phonon modes in optically pumped resonant intersubband lasers [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(7):077402-1-3.
- [ 7 ] Chen Qingpeng, Liang Lanju, Yan Xin. Propagation band structure of lattice photonic crystal in THz range [J]. *J. Synthetic Crystals* (人工晶体学报), 2008, **37**(2):490-493 (in Chinese).
- [ 8 ] Liang Lanju, Yan Xin. Propagation characteristics of THz waves in 2D lattice photonic crystal [J]. *Chin. J. Quantum Electronics* (量子电子学报), 2008, **25**(4):462-466 (in Chinese).
- [ 9 ] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(23): 2486-2488.
- [ 10 ] Yablonvitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58** (20):2059-2061.
- [ 11 ] Chen Song, Wang Weibiao, Liang Jingqiu, *et al.* Two-dimensional photonic crystal microcavities [J]. *Chin. J. Lumin.* (发光学报), 2007, **28**(1):7-12 (in Chinese).
- [ 12 ] Chen Haibo, Gao Yingjun, Hu Sumei. Properties of mirror symmetrical photonic crystals of dielectric constant defect layer with imaginary part [J]. *Chin. J. Lumin.* (发光学报), 2008, **29**(2):233-237 (in Chinese).
- [ 13 ] Wang Daobin, Hou Shanglin, Ren Guodong, *et al.* Band structure of Sugiaki-phase photonic crystal [J]. *Chin. J. Lumin.* (发光学报), 2008, **29**(5):885-890 (in Chinese).
- [ 14 ] Busch K, John S. Liquid-crystal photonic-band-gap materials: the tunable electromagnetic vacuum [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **83**(5):967-970.
- [ 15 ] Kurt Busch, John S. Photonic band gap formation in certain self-organizing systems [J]. *Phys. Rev. E*, 1998, **58**(3):

3896-3908.

- [16] Che Ming, Zhou Yunsong, Wang Fuhe, *et al.* Density of states and local density of states of two-dimensional photonic crystals with cylinder scatter in square lattice [J]. *Acta Opt. Sin.* (光学学报), 2006, **26**(12):1847-1851 (in Chinese).

## Propagation Characteristic of 2D Triangular Lattice Photonic Crystal in THz Range

LIANG Lan-ju

(Department of Physics and Electron Engineering Zaozhuang University, Zaozhuang 277160, China)

**Abstract:** Propagation characteristic of two-dimensional triangular lattice photonic crystals in THz range was studied by using PWM. The band gap structure and density of photon states of two-dimensional triangular lattice photonic crystals constructed from air in Si dielectric matrix was calculated. It was found that when the radius was  $0.47a$ , it can generate maximum absolute photonic band gap with  $0.0701$  THz, and it can generate maximum photonic band gap with  $0.1022$  and  $0.1923$  THz when the radius was  $0.49a$  and  $0.45a$ , respectively. The photonic band structure was also shown by the photonic density of states. This research provides a theoretic basis for the development of THz devices.

**Key words:** THz wave; photonic crystal; plan wave expansion method; triangular lattice

Received date: 2008-08-25

### 《发光学报》网上在线投稿通知

由于学报发展的需要,《发光学报》网站已经建成开通,欢迎广大作者浏览我们的网页并提出宝贵意见,共同建好这个为广大作者和读者进行交流以及展示作者相关科研成果的平台。《发光学报》网页上建有网上在线投稿平台,从2006年开始,我们主要接收网上在线投稿,欢迎大家使用。如有问题,请与我们联系:

E-mail: fgxbt@126.com, Tel: (0431)86176862, 84613407

《发光学报》网址: <http://www.fgxb.org>

《发光学报》编辑部