

## 量子阱中极化子的自能与电磁场和温度的关系

额尔敦朝鲁 肖景林

(内蒙古民族师范学院物理系, 通辽 028043)

**摘要** 采用 Larsen 谐振子算符代数运算与变分微扰相结合的方法, 研究处于电磁场中量子阱内电子—体纵光学声子耦合系统的性质的温度依赖性, 得到了有限温度下系统的自能. 对 GaAs 晶体的量子阱进行数值计算, 结果表明, 极化子的自能随阱宽及电场强度的增大而减小, 随温度的升高而增大. 当磁场强度  $B < 51.57T$  时, 极化子的自能随磁场强度的增大而增大, 当  $B > 51.57T$  时, 极化子的自能随磁场强度的增大而减小. 当  $B = 51.57T$  时, 极化子的自能出现极值, 相应的共振频率为  $\omega = 2.5825\omega$

**关键词** 量子阱, 极化子, 自能, 温度依赖性

## 1 引 言

随着半导体人工微结构的发展和光学器件的广泛应用, 人们利用量子阱和超晶格结构, 可以测量低维系统的许多重要物理特性和量子效应, 发现了许多有趣的现象. 因此, 半导体量子阱和超晶格等微结构的研究备受重视. 近十年来, 微结构中声子对局域电子的影响以及处于外场中的声子—局域电子耦合系统的性质越来越引起学者们的关注.

对局域电子与光学声子相互作用, Sarma 等人<sup>[1]</sup>研究过零温下无限势垒量子阱中体纵光学(LO)声子对电子结合能及有效质量的影响, Comas 等人<sup>[2]</sup>计算过与局域 LO 声子相互作用的电子结合能及有效质量, Hai Guoqing 等人<sup>[3]</sup>对三种不同的局域势研究了量子阱中的极化子能量及有效质量.

系统处于外场中的情况, Larsen<sup>[4]</sup>采用算符代数运算的方法计算了磁场中二维极化子的基态能量. 考虑电子和 LO 声子、表面光学声子相互作用, 顾世洧等<sup>[5]</sup>用推广的 Larsen 微扰方法研究半导体量子阱中的磁极化子的回旋共振. 魏宝华等<sup>[6]</sup>用 MacDonald 方法研究了在 GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As 量子阱中的库仑杂质束缚磁极化子的共振磁场. Ferreira 等人<sup>[7]</sup>和 Claro 等人<sup>[8]</sup>对处于与生长轴方向平行的电磁场中量子阱或超晶格内的局域电子系统进行过研究, 但他们均未考虑声子的影响. 黄卓和等人<sup>[9]</sup>采用 Larsen 算符代数运算与变分函数相结合的方法, 对处于与生长轴平行的稳恒电磁场中无限高势垒量子阱内电子—LO 声子耦合系统进行研究, 得到系统包括二级微扰修正的基态能量表达式. 然而, 迄今为止, 这些对电磁场中量子阱内极化子的研究都是局限于低温极限(零度)下讨论的, 事实上, 有限温度的情形更有意义. 采用 Larsen 谐振子算符代数运算与变分微扰相结合的方法, 研究处于电磁场中量子阱内电子—LO 声子耦合系统, 得到了有限温度下系统的自能. 最后对 GaAs 晶体的量子阱进行了数值计算, 结果表明, 极化子的自能随阱宽及电场强度的增大而减小, 随温度升高而增大, 当磁场强度  $B < 51.57T$  时, 极化子的自能随磁场强度的增大而增大, 当  $B > 51.57T$  时, 自能随磁场强度的增大而减小. 当  $B = 51.57T$  时, 极化

\* 中国科学院激发态物理开放研究实验室和半导体超晶格国家重点实验室资助课题

1998年9月11日收到

子的自能出现极值, 相应的共振频率为  $\omega = 2.5825\omega$

## 2 哈密顿量

考虑一个被限制在宽度为  $L$  的无限高势垒量子阱中的电子, 当沿  $z$  方向施加电、磁场  $F$  和  $B$  (如图1), 在电子带质量各向同性的近似下, 考虑电子与 LO 声子相互作用, 系统的哈密顿量可以表示为<sup>[9]</sup>

$$H = H_0 + H_{e-ph} \quad (1a)$$

其中

$$H_0 = \frac{1}{2m}[(p_x - \frac{\beta^2}{4}y)^2 + (p_y + \frac{\beta^2}{4}x)^2] + \frac{p_z^2}{2m} + \sum_k \hbar\omega_k^\dagger a_k + eFz + V_0(z) \quad (1b)$$

$$H_{e-ph} = \sum_k (V_k a_k e^{ik \cdot r} + H.C) \quad (1c)$$

$$V_0(z) = \begin{cases} 0, & |z| \leq \frac{L}{2} \\ \infty, & |z| > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (1d)$$

其中  $m$  为电子的带质量,  $e$  为电子的电量,  $P = (p_x, p_y, p_z)$ ,  $r = (x, y, z)$  分别为电子的动量和位矢,  $a_k^\dagger, a_k$  分别为波矢量  $k$  的 LO 声子的产生和湮没算符,  $\omega$  为 LO 声子的频率,  $a$  为电子-LO 声子耦合常数,  $V$  为晶体的体积,  $\beta^2 = 2eB/c$ .

考虑到当电子受  $z$  方向的束缚较强时, 它在  $z$  方向的运动状态为束缚态, 态间能量差远大于声子能. 因此, 可采用绝热近似将其  $x-y$  方向的运动分离讨论. 效仿 Larsen 方法, 引入两个一维谐振子算符

$$A = \frac{1}{\hbar\beta}[(p_x - \frac{\beta^2}{4}y) - i(p_y + \frac{\beta^2}{4}x)]$$

$$B = A^\dagger - \frac{i\beta}{2\hbar}(x + iy) \quad (2)$$

可以证明,  $A, B$  的对易关系为

$$[A, A^\dagger] = [B, B^\dagger] = 1, \quad [A, B^\dagger] = [A, B] = 0 \quad (3)$$

则, 系统的哈密顿量可写为

$$H_0 = \frac{\hbar\beta^2}{2m}(AA^\dagger + \frac{1}{2}) + \frac{p_z^2}{2m} + \sum_k \hbar\omega_k^\dagger a_k + eFz + V_0(z) \quad (4a)$$

$$H_{e-ph} = \sum_k [V_k^* L_k M_k \exp(-ik_z z) a_k^\dagger + H.C] \quad (4b)$$

其中

$$L_k = \exp[\frac{\hbar}{\beta}(k_x + ik_y)A - \frac{\hbar}{\beta}(k_x + ik_y)A^\dagger]$$

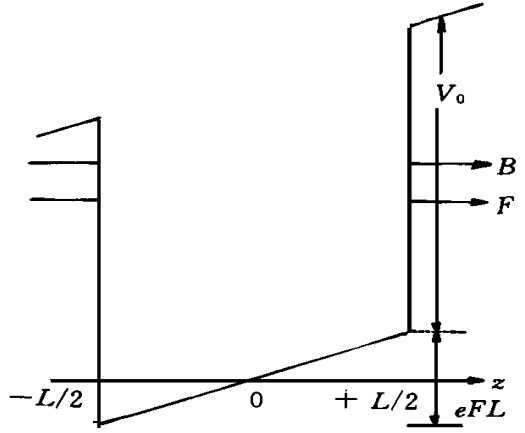


图1 处于与生长轴平行的电磁场中的量子阱

Fig. 1 Quantum well within an electric-magnetic field along the growth axis.

$$M_k = \exp\left[-\frac{\hbar}{\beta}(k_x - ik_y)B - \frac{\hbar}{\beta}(k_x + ik_y)B^+\right] \quad (5)$$

在电子-LO 声子弱耦合情况下,  $H_0$  为未扰哈密顿量, 而  $H_{e-ph}$  视为微扰. 系统未扰本征态可表示为

$$|\Psi = \mathcal{Q}(z)\rangle |n_A\rangle |M_B\rangle |n_k\rangle$$

其中  $\mathcal{Q}(z)$  为电子在  $z$  方向的波函数, 对无限高势垒  $\mathcal{Q}(z)$  可选为<sup>[9]</sup>

$$\mathcal{Q}(z) = \begin{cases} N \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) e^{-\gamma(\frac{1}{2} + \frac{z}{L})}, & |z| \leq \frac{L}{2} \\ 0, & |z| > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (6a)$$

$\gamma$  为变分参数,  $N$  为归一化常数

$$N^2 = \frac{4}{\pi^2} \frac{\gamma}{L} \frac{\pi^2 + \gamma^2}{e^\gamma - e^{-\gamma}} \quad (6b)$$

而  $|n_A\rangle = (n!)^{-1/2} (A^+)^n |0_A\rangle$ ,  $|M_B\rangle = (M!)^{-1/2} (B^+)^M |0_B\rangle$  (7)  
 $|n_k\rangle$  为粒子数表象的声子本征态,  $n_k$  为 LO 声子数, 在有限温度下, 按照量子统计, 它可用  $\bar{n}_k$  代替<sup>[10, 11]</sup>

$$\bar{n}_k = [\exp(\hbar\omega_{k_B}T) - 1]^{-1} \quad (8)$$

其中  $k_B$  为玻耳兹曼常数.

系统未扰的能量为

$$E_n = \langle \Psi | H_0 | \Psi \rangle = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega + \frac{\hbar^2}{2mL^2} (\gamma^2 + \pi^2) + \sum_k \bar{n}_k \hbar\omega + eFL \left( \frac{1}{2\gamma} + \frac{\gamma}{\pi^2 + \gamma^2} - \frac{1}{2} \text{ctanh}\gamma \right) \quad (9)$$

$\omega = \frac{eB}{mc}$ , 为电子在磁场中的回旋频率.

有限温度下电磁场中极化子的自能为

$$E_{S_n} = \sum_{n' M' \bar{n}'_k} \frac{|\bar{n}_k \langle B | M \rangle \langle A | n \rangle \langle \mathcal{Q}(z) | H_{e-ph} | \mathcal{Q}(z) \rangle \langle n' | A \rangle \langle M' | B \rangle \langle \bar{n}'_k \rangle|^2}{E_n - E_{n'}} \\ = -\alpha \hbar \alpha [(\bar{n}_k + 1) \zeta(\gamma, \lambda, L) + \bar{n}_k \xi(\gamma, \lambda, L)] \quad (10a)$$

其中第一项对应电子-LO 声子相互作用过程中虚声子的发射, 第二项对应电子-LO 声子相互作用过程中虚声子的吸收<sup>[12]</sup>.

$$\zeta(\gamma, \lambda, L) = \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{\hbar}{2m\omega} \right)^{1/2} \left\{ \int_{0,0,0}^{1,1,L/2} N^2 \cos^2\left(\frac{\pi z}{L}\right) \cos(kz) \exp(-\gamma) \exp\left[-\frac{2\gamma z}{L}\right] dz \right\}^2 \times \\ x^{1/\lambda^2 - 1} \exp\left[-\frac{\hbar k^2(1 - \gamma^2)(1 - x)}{\beta^2}\right] dx dy dk + \\ \int_{0,0,0}^{1,1,L/2} N^2 \cos\left(\frac{\pi z}{L}\right) \sin(kz) \exp(-\gamma) \exp\left[-\frac{2\gamma z}{L}\right] dz \right\}^2 \times \\ x^{1/\lambda^2 - 1} \exp\left[-\frac{\hbar k^2(1 - \gamma^2)(1 - x)}{\beta^2}\right] dx dy dk \quad (10b)$$

$$\xi(\gamma, \lambda, L) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{\hbar}{2m\omega} \right)^{1/2} \sum_n \frac{1}{(n\lambda^2 - 1)n!} \int_0^1 dy dk \left[ \frac{\hbar k^2(1 - \gamma^2)}{\beta^2} \right]^n \times \\ \left\{ \int_{-L/2}^{L/2} N^2 \cos^2 \left( \frac{\pi z}{L} \right) \cos(kz) \exp(-\gamma) \exp \left[ -\gamma + \frac{2\gamma z}{L} \right] dz \right\}^2 \times \\ \left\{ \int_{-L/2}^{L/2} N^2 \cos^2 \left( \frac{\pi z}{L} \right) \sin(kz) \exp(-\gamma) \exp \left[ -\gamma + \frac{2\gamma z}{L} \right] dz \right\}^2 \quad (10c)$$

其中( $\lambda^2 = \omega/\omega$ ).

### 3 结果与讨论

由上节结果(10)式可以看出, 处于与生长轴平行的电、磁场中量子阱内极化子的自能是由电子- LO 声子- 电场- 磁场四体相互作用而产生的, 不难看出, 它不仅与阱宽  $L$ 、电子- LO 声子耦合常数  $a$  以及电、磁场强度  $F$  和  $B$  有关, 而且还与温度  $T$  有关. 为更清楚地说明它们间的关系, 具体以 GaAs 晶体的量子阱为例, 进行数值计算. 计算所采用的材料参数列于表1, 数值结果分别示于图2至图5, 各图均使用  $\alpha\hbar\omega$  作为能量单位.

表1 GaAs 晶体的参数

Table 1 Parameters of GaAs crystal.

$\hbar\omega$ (meV)	$m/m_e$	$a$	$\omega$ ( $s^{-1}$ )	$T_D$ (K)
35.2	0.0657	0.0681	$5.345 \times 10^{13}$	426

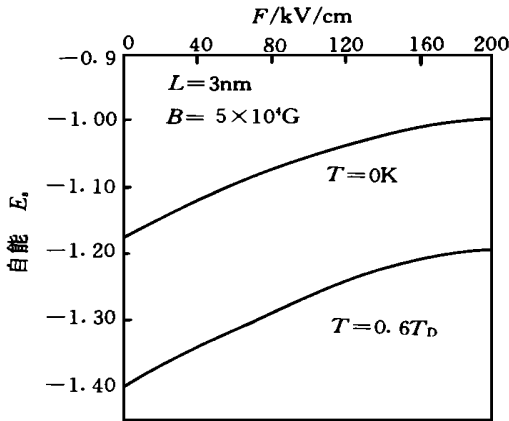


图2  $B = 5T$ ,  $L = 3\text{nm}$ ,  $T = 0\text{K}$  和  $0.6T_D$  时, 极化子自能  $E_s$  与电场强度  $F$  的关系曲线

Fig. 2 The relational curve of self-energy of the polaron  $E_s$  with electric field  $F$  at  $B = 5T$ ,  $L = 3\text{nm}$ ,  $T = 10\text{K}$  and  $0.6T_D$ .

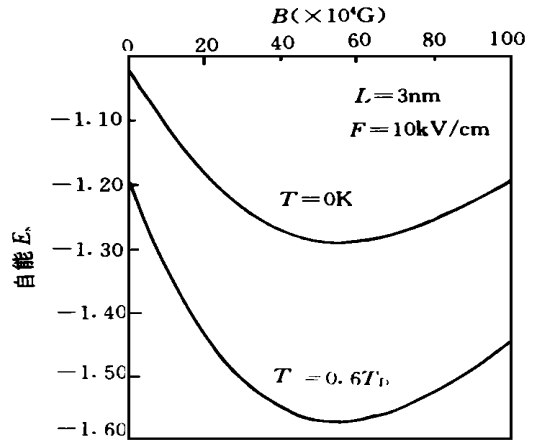


图3  $F = 10\text{kV/cm}$ ,  $L = 3\text{nm}$ ,  $T = 0\text{K}$  和  $0.6T_D$  时, 极化子自能  $E_s$  与磁场强度  $B$  的关系曲线

Fig. 3 The relational curve of self-energy of the polaron  $E_s$  with magnetic field  $B$  at  $F = 10\text{kV/cm}$ ,  $L = 3\text{nm}$ ,  $T = 0\text{K}$  and  $0.6T_D$ .

在图2中描绘了磁场强度  $B = 5T$ , 阱宽  $L = 3\text{nm}$ , 温度  $T$  分别为  $0\text{K}$  和  $0.6T_D$  ( $T_D = 426\text{K}$ , 是  $\text{GaAs}$  晶体的德拜温度) 时, 量子阱中极化子的自能随电场强度的变化, 可以看出, 当磁场强度和阱宽一定时, 极化子的自能的大小随电场强度  $F$  的增大而减小, 随温度的升高而增加. 图3描绘了电场强度  $F = 10\text{kV/cm}$ , 阱宽  $L = 3\text{nm}$ , 温度分别为  $0\text{K}$  和  $0.6T_D$  时极化子的自能随磁场强度  $B$  的变化, 可以发现, 当  $B < 51.57T$  时, 极化子的自能随磁场的增大而增大, 当  $B > 51.57T$  时, 极化子的自能随磁场的增大而减小, 当  $B = 51.57T$  时, 极化子的自能出现极值. 对于  $T = 0\text{K}$  和  $T = 0.6T_D$ , 自能的极值分别为  $-1.399\alpha\hbar\omega$  和  $-1.6737\alpha\hbar\omega$ . 图4描绘了电场强度  $F = 10\text{kV/cm}$ , 阱宽  $L = 3\text{nm}$ , 温度  $T$  分别为  $0\text{K}$  和  $0.6T_D$  时, 极化子的自能随  $\omega_s/\omega$  的变化. 图4表明, 当  $\omega_s/\omega < 2.5825$  时, 极化子的自能随  $\omega_s/\omega$  的增加而减小, 当  $\omega_s/\omega > 2.5825$  时, 极化子的自能随  $\omega_s/\omega$  的增加而增加, 当  $\omega_s/\omega = 2.5825$  时, 极化子的自能出现极值, 相应的共振频率为  $\omega_s = 2.5825\omega$ , 这表明, 当外磁场的回旋共振频率  $\omega_s$  等于声子频率  $\omega$  的2.5825倍时, 电子的自陷极强, 此时极化子最稳定. 图5描绘了电、磁场强度分别为  $F = 10\text{kV/cm}$  和  $B = 5.0T$ , 阱宽  $L$  分别为  $5\text{nm}$  和  $8\text{nm}$  时, 极化子自能随温度  $T$  的变化, 可以看出, 自能随温度的升高而增大, 这是因为随着温度的升高, 声子数增多, 电子的自陷作用加强的结果.

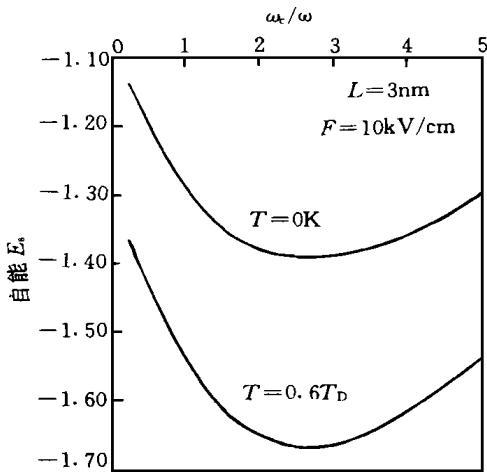


图4  $F = 10\text{kV/cm}$ ,  $L = 3\text{nm}$ ,  $T = 0\text{K}$  和  $0.6T_D$  时, 极化子的自能  $E_s$  与  $\omega_s/\omega$  的关系曲线

Fig. 4 The relation curve of self-energy of the polaron  $E_s$  with  $\omega_s/\omega$  at  $F = 10\text{kV/cm}$ ,  $L = 3\text{nm}$ ,  $T = 0\text{K}$  and  $0.6T_D$ .

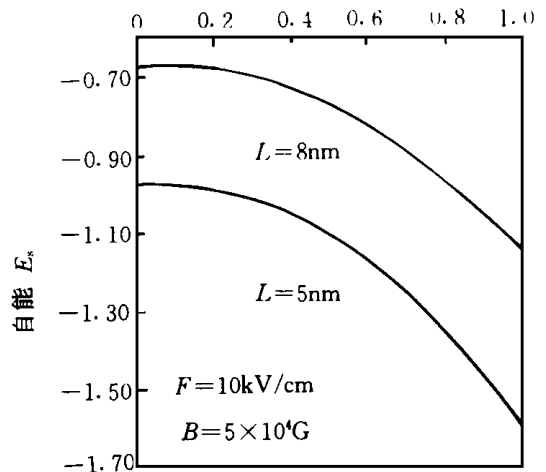


图5  $F = 10\text{kV/cm}$ ,  $B = 5T$ ,  $L = 3\text{nm}$  和  $8\text{nm}$  时, 极化子的自能  $E_s$  与温度  $T$  的关系曲线

Fig. 5 The relational curve of self-energy of the polaron  $E_s$  with temperature  $T$  at  $F = 10\text{kV/cm}$ ,  $B = 5T$ ,  $L = 3\text{nm}$  and  $8\text{nm}$ .

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Sarma D, Stopa M. Phys. Rev., 1987, B36: 9595.
- [ 2 ] Comas F, Trallero-Gine C, Riera R. Phys. Rev., 1989, B39: 5907.
- [ 3 ] Hai G, Peeters F M, Derreese J T. Phys. Rev., 1990, B42: 11063.

- [ 4 ] Larsen D M. Phys. Rev. , 1986, B**33**: 799.  
[ 5 ] Kong X J, Wei C W, Gu S W. Phys. Rev. , 1989, B**39**: 3230.  
[ 6 ] Wei B H, Liu Y Y, Gu S W. Phys. Rev. , 1991, B**44**: 5703.  
[ 7 ] Ferreira R, Soucail B, Voisin P, Bastard G. Phys. Rev. , 1990, B**42**: 11404.  
[ 8 ] Claro F, Pacheco M, Barticevic Z. Phys. Rev. Lett. , 1990, **64**: 3058.  
[ 9 ] Huang Zhuohe, Chen Chuanyu, Chen Zhide et al. , Acta Physica Sinica, 1994, **43**(1): 91(in Chinese).  
[ 10 ] Brummell M A *et al.*, Phys. Rev. Lett. , 1987, **58**: 77.  
[ 11 ] Kazuo Hattori. J. Phys. Soc. Jpn., 1975, **38**: 356.  
[ 12 ] Fulton T. Phys. Rev. , 1956, **103**: 1712.

## ELECTRIC-MAGNETIC FIELDS AND TEMPERATURE DEPENDENCE OF SELF-ENERGY OF THE POLARON IN A QUANTUM WELL

Eerdunchaolu Xiao Jinglin

(*Department of Physics, Inner Mongolia National Teachers' College, Tongliao 028043*)

### Abstract

In this paper, the temperature dependence of the properties of electron-bulk LO phonon interaction system in a quantum well within the electric-magnetic fields along the growth axis, was studied by means of variational wave-function and harmonic oscillator operator algebra method. The self-energy of the system at a finite temperature was obtained. Numerical calculations for GaAs crystal show that the self-energy of the polaron in a quantum well decreases with increasing of well width and electric field and increases with increasing of temperature. The self-energy will increase with increasing of magnetic field for  $B < 51.57T$ , and it decreases with increasing of magnetic field for  $B > 51.57T$ . When  $B = 51.57T$ , the self-energy of polaron occurs extreme value, the corresponding resonance frequency  $\omega = 2.5825\omega$

**Key words** quantum well, polaron, self-energy, temperature dependence