第 19 卷　第 3 期　　发 光 学 报　　Vol. 19, No. 3
1998 年 9 月　　CHINESE JOURNAL OF LUMINESCENCE　　Sept., 1998

频率受随机过程调制的体系中的光谱扩散*

黄世华　王海宇
(中国科学院长春物理研究所, 长春　130021)
(中国科学院激发态物理开放研究实验室, 长春　130021)

摘要　通过在 Bloch 方程中增加描述对频率微扰的随机过程项$\{\omega(t)\}$, 我们讨论了系统在窄谱带的光激发后的光谱扩散. 特别是以下两种情况: 1) 如果 ω 以相同的概率变化为系综中的任一 ω', 光谱是一个指数式衰减的定域峰和指数式增长的动态非均匀背底的叠加. 2) 如果 ω' 到 ω 的概率仅与 $\omega'-\omega$ 有关, 非定域峰随时间变宽. 作为一个例子, 我们讨论了频率受多个独立随机电报过程调制的系统中的光谱扩散.

关键词　光谱扩散, 频率随机调制, 光学 Bloch 方程

1　引　　言

振荡由振幅、频率和相位三个物理量表征, 对其中任一个量的随机微扰都引起失相. 在光学 Bloch 方程中, 随机微扰由 T_1 和 T_2' 两个唯相参数引入. T_1 表征振幅的随机性, T_2' 表征相位的随机性, 没有对频率随机性的表述. 因此, 在频率受随机微扰的体系中, 有些现象就不能在通常地 Bloch 方程的框架内解释, 例如光子回波非指数衰减以及光谱扩散. 我们近年来以随机电报过程为基础, 对于光子回波非指数衰减进行了一些理论研究[1~4], 在此, 我们讨论这样一个系统中的光谱扩散问题.

2　在光学 Bloch 方程中引入频率随机微扰

Bloch 方程中的失谐(detuning)是外加的相干场频率和原子共振频率之差. 它有两个来源; (1) 静态微扰, 引起非均匀宽化, 产生与时间无关的失谐 Δ; (2) 动态微扰, 引起动态非均匀宽化, 产生与时间有关的失谐 $\omega(t)$,

将 Bloch 矢量 $r=(u,v,w)$ 按照它们的 ω 划分为子集, 以$\{r(\omega,t)\}$表示 ω 在$(\omega,\ \omega+\mathrm{d}\omega)$ 内的子集. 设 $r(\omega,t)$ 具有概率密度 $f(\omega,t)$, 于是 t 时刻 r 的平均值为

$$\langle r(\omega,t)\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}r(\omega,t)f(\omega,t)\,\mathrm{d}\omega$$

设随机过程$\{\omega(t)\}$具有以下特性: (1) ω 保持不变的时间 τ 满足指数分布, $f(\tau)=W\exp(-W\tau)$, W 为平均停留时间的倒数; (2) $\{r(\omega,t)\}$内的一个原子变到$\{r(\omega',t)\}$的转移概率密度是 $h(\omega,\omega',t)\,\mathrm{d}\omega'$, $h(\omega,\omega',t)$ 满足

$$\int_{-\infty}^{\infty}h(\omega,\omega',t)\,\mathrm{d}\omega'=1.$$

子集$\{r(\omega,t)\}$中原子数正比于 $f(\omega,t)\,\mathrm{d}\omega$. 对 $\langle r(\omega,t)\rangle$ 的贡献是 $r(\omega,t)f(\omega,t)\,\mathrm{d}\omega$. 由于 ω 的随机性, 一些原子跳离$\{r(\omega,t)\}$, 使 $r(\omega,t)f(\omega,t)\,\mathrm{d}\omega$ 以速率 W 减小. 另一方面, 子集$\{r(\omega',t)\}$中的原子可能以速率 $Wh(\omega',\omega,t)\,\mathrm{d}\omega$ 跳入$\{r(\omega,t)\}$. 增加这两项, 我们可能将相干场撤去后子集$\{r(\omega,t)\}$中 w 分量的方程写为:

* 国家自然科学基金资助课题

$$\frac{\partial w(\omega,t)f(\omega,t)}{\partial t}=-\frac{w(\omega,t)-w_{eq}}{T_1}f(\omega,t)-Ww(\omega,t)f(\omega,t)$$
$$+W\int_{-\infty}^{\infty}h(\omega',\omega,t)w(\omega',t)f(\omega',t)\mathrm{d}\omega']\qquad(1)$$

3 光谱扩散

考虑一个简化了的情况，设光谱扩散涉及的时间范围比 T_1 短得多，也就是说 $1/W \ll T_1$. 略去方程(1)中含 $1/T_1$ 的项并对所有 ω 积分，我们有

$$\langle w\rangle=\langle w(\omega,t)\rangle=常数.$$

于是，方程(1)的解可写为

$$g(\omega,t)=g(\omega,0)e^{-Wt}+W\int \mathrm{d}t'\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}\omega h(\omega',\omega,t')g(\omega',t')e^{-W(t-t')}\qquad(2)$$

与时间有关的线形正比于 $g(\omega,t)=w(\omega,t)f(\omega,t)$.

设 $h(\omega',\omega,t)=f(\omega,\infty)$，这意味着一个原子的 ω 以相同的几率跳跃为系综中的任一个 ω. 方程(2)变为

$$g(\omega,t)=g(\omega,0)e^{-Wt}+\langle w\rangle f(\omega,\infty)(1-e^{-Wt}).\qquad(3)$$

光谱为指数式衰减的定域峰 $g(\omega,0)$ 和指数式增长的动态非均匀背底 $\langle w\rangle f(\omega,\infty)$ 的叠加. 非定域部分的光谱分布不随时间变化.

下面我们设

$$h(\omega',\omega)=h(\omega'-\omega).$$

这种假设可能比上一种更接近实际体系，例如在红宝石中，考虑 Frozen core 效应，各壳层上 Al 核自旋互跳变速率是 Cr 频率变化良好确定的函数[5].

设用于激发的激光频率分布比 $h(|\omega'-\omega|)$ 窄得多，这样我们可以用 $\delta(\omega-\omega_0)$ 近似 $g(\omega,0)$. $g(\omega,t)$ 可通过逐次叠代而得到:

$$g(\omega,t)=\delta(\omega-\omega_0)e^{-Wt}+e^{-Wt}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(Wt)^n}{n!}[h(\omega)*]^{(n)},\qquad(4)$$

式中，$[h(\omega)^*]^{(n)}$ 是 n 个 h 的卷积. 如果 h 是半高半宽为1的 Lorentz 函数，则 $[h(\omega)^*]^{(n)}$ 为半高半宽等于 n 的 Lorentz 函数.

4 一个模型体系

设频率受 $2n$ 个独立的随机电报过程调制，每个都引起频率在 $-\delta$ 和 δ 两个值之间跳变. 总的频率变化 ω 分布在 $[-2n\delta, 2n\delta]$ 范围内. 设 $2n$ 个过程中的 $n+k$ 个为 δ 而 $n-k$ 个为 $-\delta$，这样，$\omega=2k\delta$. $\omega=2k\delta$ 处的稳态分布为

$$P(k)=\frac{(2n)!}{(n+k)!(n-k)!}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}\qquad(5)$$

设 $t=0$ 时 $\omega(0)=2k\delta$. 在时间 t 内一个随机电报过程跳变偶数和奇数次的概率分别为

$$P_0=\frac{1}{2}(1+e^{-2Wt}),\ P_1=\frac{1}{2}(1-e^{-2Wt}).$$

如果 $n+k$ 个原来为 δ 的调制中的 j 个以及原来为 $-\delta$ 的 $n-k$ 个调制中的 $j-i$ 个在时间 t 内跳变了奇数次，则 $\omega(t)=2(k-i)\delta$. 这样的概率为

$$P(i,t)=\sum_{j=\max(0,j)}^{\min(n+k,n-k+i)}\frac{(n+k)!(n-k)!}{j!(n+k-j)!(j-i)!(n-k-j+i)!}P_1^{2j-i}(1-P_1)^{2n-2j+i}, \qquad (6)$$

式中$k-n\leq i\leq k+n$. 计算得到，分布函数(6)的一阶和二阶矩分别为：

$$\langle i\rangle=2kP_1=k(1-e^{-2Wt}),$$

$$\langle i^2\rangle=4k^2P_1^2+2nP_1(1-P_1)$$

因此，动态非均匀线形峰值及线宽与时间的关系分别为

$$\omega_p(t)=2(k-\langle i\rangle)\delta=2k\delta e^{-2Wt}. \qquad (7)$$

$$D(t)=2\delta[2(\langle i^2\rangle-\langle i\rangle^2)]^{1/2}=2\delta[n(1-e^{-4Wt})]^{1/2}$$
$$=D(\infty)(1-e^{-4Wt})^{1/2}. \qquad (8)$$

由方程(5)，对于大的n，当t趋于无穷大时线形为$1/e$半宽$D(\infty)=2(n)^{1/2}\delta$的Gauss函数. 所以，线形随时间的变化可用均值$\omega_p(t)$，方差$D(t)/2^{1/2}$的Gauss函数来近似.

参　考　文　献

[1] Wang H, Li H, Huang S. Phys. Rev., 1996, A **54**: 3381.
[2] Wang H, Huang S. Physica, 1997, B**239**: 261.
[3] 王海宇, 黄世华. 物理学报, 1997, **46**: 1108.
[4] 黄世华, 王海宇. 发光学报, 1997, **18**: 313.
[5] Huang S, Szabo A. J. Lumin., 1996, **68**: 291.

SPECTRAL DIFFUSION IN THE SYSTEMS WITH RANDOM FREQUENCY MODULATION

Huang Shihua　Wang Haiyu

(*Changchun Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130021)

(*Laboratory of Excited State Processes, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130021)

Abstract

By introducing terms describing the random frequency modulation into optical Bloch equation, we have discussed spectral diffusion in such systems after a narrow band excitation. Especially, 1) if ω jumps to any other ω' in the ensemble with equal probability, the time dependent lineshape would be a superposition of an exponentially decayed localized line and an exponentially grown background; 2) if the probability that ω jumps to ω' depends on $\omega'-\omega$, the delocalized peak would be broadened with time. We have also discussed spectral diffusion in the system with frequency modulated by numbers of independent random telegraph processes as an example.

Key words　spectral diffusion, random frequency modulation, optical Bloch equation